

文章编号: 1000-8055(2004)01-058-03

某型发动机高原起动过程数学模型建立

吴利荣^{1,2}, 李 剑², 谢寿生¹, 李应红¹

(1 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038;

2 空军第八研究所, 北京 100076)

摘要: 针对某型发动机高原起动过程具有危险性大和变化规律复杂的特点, 提出了一种变记忆长度的小波变换多分辨分析方法。该方法将辨识的数据分解到不同频段, 然后针对各不同频段采用不同的记忆长度进行辨识, 从而可以建立起该型发动机高原起动过程的数学模型, 为高原起动试验提供理论参考。

关键词: 航空、航天推进系统; 起动; 高原; 小波; 记忆长度; 系统辨识

中图分类号: V 231

文献标识码: A

Establishment of a Certain Aero-Engine Starting Mathematical Model in Plateau Regions

WU Lirong^{1,2}, LI Jian², XIE Shou-sheng², LI Ying-hong¹,

(1 Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2 The Air Force Eighth Research Institute, Beijing 100076, China)

Abstract: The starting of a certain aero-engine in plateau regions has been very dangerous and complex. In order to establish its mathematical model, this paper presents an improved variable memory length algorithm based on wavelet transform multi-resolution analysis method. This method decomposes data into different frequency segments, in which different memory lengths are used to identify parameters. The starting model can thus be formulated, which provides theoretical reference for starting test in plateau regions.

Key words: aerospace propulsion system; starting; plateau regions;

multi-resolution analysis; memory length; system identification

由于高原具有气压低(平均 0.65×10^5 Pa 左右, 比海平面标准大气压低 23%~40%)、空气密度小(比海平面标准大气密度低 25%~41%)、日温差变化大(10°C ~ 30°C)、紫外线照射强、风沙大、干燥等气候特点, 对于某型发动机而言, 其使用环境已大大超过设计要求, 在高原对实际发动机进行起动试验危险性较大; 另外, 该型发动机在高原起动过程中动态特性的变化规律比较复杂, 有时变化很快, 有时变化很慢。因此有必要建立该

型发动机的高原起动数学模型, 通过与平原起动过程仿真的比较研究, 可以为高原起动试验提供参考。对于这类动态特性变化规律较为复杂的系统, 文献[1]曾提出一种自动调整遗忘因子的参数辨识方法, 对于大样本的系统辨识和快时变系统有较好的辨识精度。文献[2]也提出一种分频段加权的辨识方法, 但只能对感兴趣的个别频段进行较精确的系统辨识。本文基于离散小波多分辨分析^[3], 对定记忆长度辨识算法进行改进, 提出一种

收稿日期: 2003-06-16; 修订日期: 2003-09-25

作者简介: 吴利荣(1977-), 男, 江西临川人, 空军工程大学工程学院博士生, 主要从事飞机高原使用工程研究

变记忆长度的辨识算法, 可以对发动机高原起动这种动态特性变化较大的系统进行全频段精确建模, 而且适用于小样本系统辨识。

1 变记忆长度辨识算法

考虑如下一个 n 阶因果系统

$$\begin{aligned} y(k) + a_1 y(k-1) + \cdots + \\ a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \cdots + \\ b_m u(k-m) + \epsilon(k) \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $[y(k), u(k)]$, $k=0, \cdots, N$ 为辨识样本, 且 $N \geq m+n-1$ 。

将辨识信号代入并整理为最小二乘标准形式:

$$\begin{aligned} y_n = \Phi \times \theta = \\ [y_{n-1} \cdots y_0 \quad u_{n-1} \cdots u_{n-m}] \times \theta + \epsilon \end{aligned} \quad (2)$$

式中:

$$y_i = [y(i), \cdots, y(i+N-n)]^T$$

$$0 \leq i \leq n$$

$$y_i = y_{i,a}^{(0)} + \sum_{j=0}^{M-1} y_{i,d}^{(j)}, \quad u_i = u_{i,a}^{(0)} + \sum_{j=0}^{M-1} u_{i,d}^{(j)}, \quad \epsilon_i = \epsilon_{i,a}^{(0)} + \sum_{j=0}^{M-1} \epsilon_{i,d}^{(j)} \quad (3)$$

显然 y_i, u_i, ϵ_i 的分解式也满足(2)式, 并且各信号的轮廓和各层细节在频带上互不重叠, 参数 θ 为实向量。因此各频段上的信号分量也满足(2)式, 即:

$$\begin{cases} y_{n,a}^{(0)} = [y_{n-1,a}^{(0)} \cdots y_{0,a}^{(0)} \quad u_{n-1,a}^{(0)} \cdots u_{n-m,a}^{(0)}] \times \theta + \epsilon_{n,a}^{(0)} \\ y_{n,d}^{(j)} = [y_{n-1,d}^{(j)} \cdots y_{0,d}^{(j)} \quad u_{n-1,d}^{(j)} \cdots u_{n-m,d}^{(j)}] \times \theta + \epsilon_{n,d}^{(j)} \end{cases} \quad (4)$$

其中: 尺度 $j=0, \cdots, M-1, M$ 为分解层次。

(2) 确定各频段的记忆长度 $L_i (i=0, \cdots, M)$

由(4)式可以看出, 将输入输出信号作MRA分解, 实际上是将输入输出信号按频段进行划分。对于低频信号分量, 由于信号变化缓慢, 选取较长的记忆长度; 对于高频信号分量, 由于信号变化较剧烈, 选取较短的记忆长度。在(1)和(2)改进措施的基础上, 可以得出改进后的辨识算法:

令:

$$z_0 = y_{n,a}^{(0)}, \quad z_j = y_{n,d}^{(j)}$$

$$H_0 = [y_{n-1,a}^{(0)} \cdots y_{0,a}^{(0)} \quad u_{n-1,a}^{(0)} \cdots u_{n-m,a}^{(0)}]$$

$$H_j = [y_{n-1,d}^{(j)} \cdots y_{0,d}^{(j)} \quad u_{n-1,d}^{(j)} \cdots u_{n-m,d}^{(j)}]$$

其中:

$$j = 0, \cdots, M-1$$

$$\hat{\theta}(k+1, k+L_i) = \hat{\theta}(k, k+L_i) - K(k+1, k+L_i) [z_i(k) - H_i^T(k) \hat{\theta}(k, k+L_i)]$$

$$K(k+1, k+L_i) = P(k+1, k+L_i) H_i^T(k) \cdot [1 - H_i^T(k) P(k+1, k+L_i) H_i(k)]^{-1}$$

$$P(k+1, k+L_i) = [I + K(k+1, k+L_i) H_i^T(k)] P(k, k+L_i)$$

$$\hat{\theta}(k, k+L_i) = \hat{\theta}(k, k+L_{i-1}) + K(k, k+L_i) [z_i(k+L_i) - H_i^T(k+L_i) \hat{\theta}(k, k+L_{i-1})]$$

$$K(k, k+L_i) = P(k, k+L_{i-1}) H_i^T(k+L_i) \cdot [1 + H_i(k+L_i) P(k, k+L_{i-1}) H_i(k+L_i)]^{-1}$$

$$P(k, k+L_i) = [I - K(k, k+L_i) H_i^T(k+L_i)] P(k, k+L_{i-1})$$

$$u_l = [u(l), \cdots, u(l+N-n)]^T$$

$$n-m \leq l \leq n-1$$

$\theta = [-a_1, \cdots, -a_n, b_1, \cdots, b_m]^T$ 为参数向量

$\epsilon_i = [\epsilon(1), \cdots, \epsilon(k)]^T$ 为白噪声向量

对于(2)式, 由定记忆长度辨识算法可以得出参数估计值 $\hat{\theta}$

在高原起动过程中, 由于外界恶劣自然环境的影响, 发动机的起动过程动态特性会发生较大变化, 从而导致采用定记忆长度辨识算法无法得到满意的结果。本文根据系统动态特性的变化来选取辨识记忆长度, 当系统动态特性变化剧烈时选择较短的记忆长度; 当系统动态特性变化缓慢时选择较长的记忆长度, 这样将会有效地改善辨识精度, 提高辨识效率。辨识记忆长度的确定:

(1) 将输入输出信号作离散小波多分辨率分析^[4](MRA)

为了反映出系统动态特性的变化, 将 y_i, u_i, ϵ_i 分别作MRA分解:

辨识步骤如下:

(1) 给定初始条件: $\hat{\theta}(0, 0) = 0.001, P(0, 0) = 10^6 I_0$ 。式中: I 是 $(n + m) \times (n + m)$ 的单位矩阵。

(2) 按照(4)式对辨识信号进行MRA 分解, 确定 z_i 和 H_i 阵, 其中 $i = 0, \cdots, M$ 。

(3) 确定各频段的记忆长度 $L_i (i = 0, \cdots, 5)$ 。

在小波分解中, 若将信号中的最高频率成分看作是 1, 则信号中的各频率分量 f_i 所占的频带为: $f_0 \in [0, 1/2^M], f_i \in [1/2^{M-i+1}, 1/2^{M-i}] (i = 1, \cdots, M)$ 。为了计算方便, 可以选取:

$$L_i = NT(1/2^{M+1} \times N / f_{isup})$$

$(i = 0, \cdots, M)$

(5)

其中 $NT()$ 是对数据取整, f_{isup} 为 f_i 的区间上界, N 为信号长度, 当 $L_i < m + n - 1$ 取 $L_i = m + n - 1$ 。

(4) 利用最小二乘递推算法, 获得初步的参数估计值和 P 阵, 作为改进后算法的初始状态 $\hat{\theta}(0, L_0)$ 和 $P(0, L_0 - 1)$ 。

(5) 在各频段中, 每获得一组新的数据 $z_i(K + L_i)$ 和 $H_i(k + L_i)$, 利用辨识算法公式的后三项计算 $\hat{\theta}(k + 1, k + L_i)$ 和 $P(k + 1, k + L_i)$, 如此不断迭代, 便可得出最终的辨识结果。

由上述两个步骤就可以根据系统动态特性的变化确定出不同辨识记忆长度, 而参数辨识的方法仍然与原算法相同。

此外, 将(4)式与(2)式比较可知, 信息阵 Φ 的维数由 $(N - n + 1) \times (n + m)$ 增加为 $[(M + 1) \times (N - n + 1)] \times (n + m)$, 其中 M 为分解层次。由此可以看出, 小波分解后信息阵新增了许多的信息, 即相对于普通最小二乘类算法只需较短的辨识数据, 因此更适用于小样本辨识数据场合^[3]。

2 计算结果

某型发动机高原起动过程简化模型的差分方程为:

$$y(k) + \sum_{i=1}^4 a_i y(k-i) = \sum_{j=1}^4 b_j u(k-j) + \epsilon(k)$$

y 为发动机高压转子的相对转速 n_H, u 为涡轮起动机自由涡轮前的压力 P_2^* , ϵ 为白噪声, 采样频率为 200 Hz。选用 dB 5 小波按(4)式进行MRA 分解, 辨识信号的长度 N 为 3921。分解层次 $M = 5$, 各频段的记忆长度 $L_i (i = 0, \cdots, 5)$ 可由(5)式得出: $L = \{1960, 980, 490, 240, 120, 60\}$ 。经计算, 可得出该型发动机高原起动模型中的各参数值, 如表 1 所示。

表 1 模型中各参数的估计值

Table 1 The results of estimated parameters in the model

模型中的各参数	参数估计值
a_1	- 0.3313
a_2	- 0.0918
a_3	- 0.2754
a_4	- 0.2562
b_1	0.0016
b_2	0.0022
b_3	0.0014

辨识结果如图 1 所示。

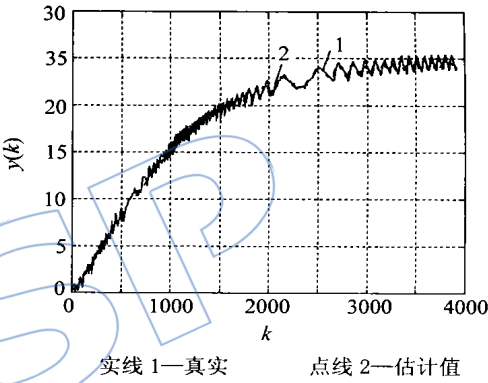


图 1 模型辨识结果

Fig 1 Model identification result

设辨识的相对误差 $\delta = \sum_{k=0}^N \left[\frac{y(k) - \hat{y}(k)}{y(k)} \right]^2$

则该算法辨识的相对误差 $\delta = 33.6121$ 。

3 结 论

本文采用变记忆长度的小波多分辨分析方法, 建立起某型发动机高原起动过程的数学模型, 解决了由于高原起动过程中系统动态特性变化复杂而导致辨识误差增加的问题。通过对所建立的模型进行研究, 可以为高原起动试验做出理论指导, 有效地减少危险性事故的发生。计算结果证明了采用本文算法所建立的高原起动模型是正确、有效的。

参考文献

[1] 阎晓明, 李言俊, 陈新 一种自动调整遗忘因子的快速时变参数辨识方法[J] 自动化学报, 1991, 17(3): 336- 339
[2] 宋执环, 王海清, 李平 采用小波分解的分频段加权辨识方法[J] 自动化学报, 2001, 27(2): 284- 287
[3] 程正兴 小波分析算法与应用[M] 西安: 西安交通大学出版社, 1998